

به نام خدا



سازمان بورس و اوراق بهادار
SECURITIES & EXCHANGE ORGANIZATION

مدیریت پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی

پیش بینی قیمت سهام در بورس اوراق بهادار تهران
بررسی موردی کاربرد معادلات دیفرانسیل انتگرالی

تهیه کنندگان: مدیریت پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی

پیش‌بینی قیمت سهام در بورس اوراق بهادار تهران بررسی موردی کاربرد معادلات دیفرانسیل اتفاقی

اشاره

وجود ماهیت اتفاقی در معادلات دیفرانسیل مشتق‌ناپذیر به گونه‌ای است که ورودی آنها را به عنوان فرآیندی نامنظم و تصادفی همانند نویز سفید گوسی می‌توان به کمک انتگرالهای تصادفی ایتو^(۱) یا استرانوویچ^(۲) نشان داد. براین اساس، با توجه به نوسانهای اتفاقی قیمت سهام در بورس اوراق بهادار، دینامیک قیمت‌های سهام را می‌توان به کمک معادلات دیفرانسیل اتفاقی نیز به دست آورد.

در گزارش پیش رو، امکان الگوسازی و شبیه‌سازی رفتار قیمت سهام با استفاده از این روش در بورس اوراق بهادار تهران بررسی شده است. بدین منظور رفتار قیمت سهام شرکت شهید ایران به عنوان یک بررسی موردی در این باره مورد توجه قرار گرفته است.

1- Ito Integrals

2- Stranovich Integrals

**پیش‌بینی قیمت سهام در بورس اوراق بهادار تهران
بررسی موردی کاربرد معادلات دیفرانسیل اتفاقی**

فهرست مطالب

۱- مقدمه: تصمیم‌گیری با وجود نایقینی	۱
۱-۱ ساخت، بر آورد، و ارزیابی مدلها	۱
۲-۱ روشهای شناسایی پارامتری	۳
۲- مدل پیش‌بینی قیمت سهام بر اساس معادلات دیفرانسیل اتفاقی	۴
۱-۲ فرآیند ایتو	۵
۲-۲ فرآیند وینر	۵
۳-۲ دینامیک قیمت سهام	۶
۴-۲ روش حل معادلات دیفرانسیل اتفاقی	۷
۳- نتایج شبیه‌سازی مدل پیش‌بینی قیمت: بررسی موردی سهام شهد ایران	۸
۴- فهرست منابع	۱۲

۱- مقدمه: تصمیم‌گیری با وجود نایقینی^(۱)

پیش‌بینی عنصری کلیدی برای تصمیم‌گیریهای مدیریتی است، در یک تصمیم‌گیری، دنباله‌ای از آثار مؤثر این تصمیم و پیشامدهایی که بعد از تصمیم‌گیری ممکن است رخ دهد، در نظر گرفته می‌شود. قابلیت تخمین این تأثیرات کنترل‌ناپذیر موجب بهبود انتخاب و تصمیم‌گیری خواهد شد. به همین دلیل سیستمهای مدیریتی برای طراحی و کنترل عملگرهای تشکیلاتی خود نیاز به پیش‌بینی دارند. به طور کلی می‌توان گفت که پیش‌بینی، تخمین پیشامدهای آینده است و هدف از پیش‌بینی کاهش ریسک در یک تصمیم‌گیری است. پیش‌بینی‌ها معمولاً صحیح نیستند و دارای مقداری خطا هستند که این میزان با داشتن اطلاعات بیشتر در مورد سیستم کاهش می‌یابد. با افزایش هزینه پیش‌بینی می‌توان مقدار ریسک را کاهش داد و عموماً مصالحه‌ای بین این دو صورت می‌گیرد. چون پیش‌بینی همیشه با مقداری خطا همراه است قادر به حذف کامل ریسک نیست و بنابراین فرآیند تصمیم‌گیری مستلزم مقداری نایقینی ناشی از پیش‌بینی خواهد بود. رابطه بین تصمیم‌گیری و پیش‌بینی را با رابطه زیر می‌توان بیان کرد.[1]

خطای معقولی برای پیش‌بینی + تصمیم‌گیری براساس صحت پیش‌بینی = تصمیم صحیح

برای تعریف مسأله پیش‌بینی باید از تصمیم‌گیری شروع کرد. اطلاعاتی که از سیستم و فرآیند پیش‌بینی حاصل می‌شود برای بهبود فرآیند تصمیم به کار می‌رود، بنابراین طبیعت تصمیماتی که گرفته خواهد شد بسیاری از مشخصات مطلوب سیستم پیش‌بینی را تعیین می‌کند.

مطالعه بر روی مسأله تصمیم‌گیری کمک خواهد کرد تا به سؤالاتی در مورد اینکه چه چیزی می‌خواهد پیش‌بینی شود، پیش‌بینی به چه شکلی صورت می‌گیرد، چه پارامترهایی درگیر مسأله پیش‌بینی هستند و بالاخره چه میزانی از دقت پیش‌بینی مورد نیاز است پاسخ خواهد داد.

۱-۱ ساخت، بر آورد، و ارزیابی مدلها

یک مدل با استفاده از اطلاعات ورودی - خروجی سیستم و تحلیل این اطلاعات توسط روشهای ریاضی ساخته

می‌شود. به این روش، شناسایی سیستم گفته می‌شود. برای ساختن یک مدل با استفاده از اطلاعات مشاهده شده سه عامل زیر لازم است:

۱- اطلاعات

۲- مجموعه‌ای از مدل‌های داوطلب، این مدل‌ها به روش شناسایی بستگی دارد.

۳- قانون و معیاری که توسط آن مدل برتر انتخاب شود.

پس از اینکه مدل انتخاب شد، باید آزمایش کرد که آیا این مدل باندازه کافی مناسب و دقیق است یا خیر؟

روشهای متفاوتی وجود دارد که ارتباط مدل را با اطلاعات مشاهده شده نشان می‌دهد.

روش شناسایی سیستم دارای یک چرخه طبیعی است، ابتدا جمع‌آوری اطلاعات صورت گرفته، بعد از آن مجموعه‌ای از مدلها انتخاب می‌شوند و سپس بهترین مدل در این مجموعه انتخاب می‌گردد. یک مدل ممکن است بنا به دلایل زیر قابل قبول و کارا نباشد.

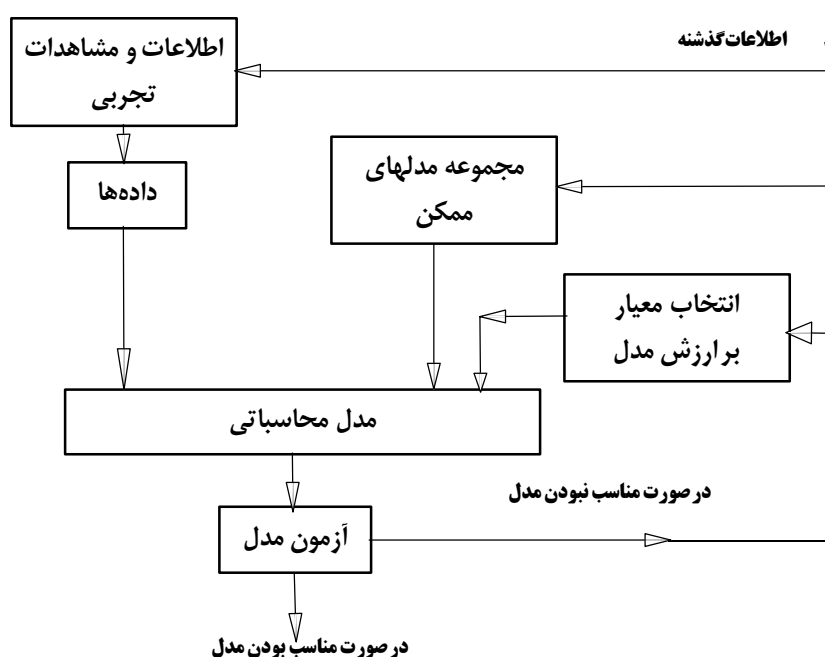
- روند محاسباتی برای پیدا کردن بهترین مدل براساس معیار مورد نظر، با مشکل مواجه شود.

- معیار و محک سنجش مدل به درستی انتخاب نشده باشد.

- کلیه اعضای مجموعه مدل نامناسب بوده و دارای هیچ عضوی که سیستم را به خوبی بیان کند، نباشد.

- مجموعه اطلاعات جمع‌آوری شده به اندازه کافی غنی نباشد یا مدل مناسب توسط این اطلاعات قابل شناسایی

نباشد.



نمودار ۱- چرخه شناسایی و انتخاب مدل

از مهمترین روشهای متداول کلاسیک در رابطه با شناسایی سیستمها می‌توان به روشهای پارامتری اشاره کرد.

۲-۱ روشهای شناسایی پارامتری

در این روشها ابتدا ساختاری مشخص به سیستم نسبت داده می‌شود. سپس با استفاده از روشهای آماری و اطلاعات ورودی - خروجی با مجموعه‌ای از مفروضات در مورد خواص آماری اطلاعات از جمله میزان پراکندگی، میانگین، نوع تابع توزیع و ... پارامترهای مجهول این ساختار به دست می‌آیند. ساختار کلی مدل‌های پارامتری به شکل زیر است:

$$A(q) Y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t-nk) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t)$$

A, B, C, D, F چند جمله‌ایهایی با عملگرهای تأخیر هستند، درجات تأخیر این چندجمله‌ایها به ترتیب برابرند با $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ و نیز درجه تأخیر ورودی $u(t)$ است. به عنوان مثال:

$$A(q) = (1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}) \quad \text{که} \quad q^{-1} y(t) \triangleq y(t-1)$$

بسته به اینکه از کدام چندجمله‌ایها در ساختار کلی فوق استفاده شود، مدل‌های مختلفی وجود خواهد داشت. جدول زیر نشان دهنده حالات خاصی از ساختار کلی بالاست:

نام ساختار مدل	چندجمله‌ای مورد استفاده در ساختار کلی
FIR (Finite Impulse Response)	B
ARX (Auto Regressive Exogenous)	AB
ARMA (Auto Regressive Moving Average)	AC
ARMAX (Auto Regressive Moving Average Exogenous)	ABC
ARARX (Auto Regressive Auto Regressive Exogenous)	ABD
ARARMAX (Auto Regressive Auto Regressive Moving Average Exogenous)	ABCD
OE (Output Error)	BF
BJ (Box - Jenkins یا ARIMA)	BFGD

با استفاده از گونه‌های مختلف روش حداقل مربعات، می‌توان ضرایب مدل را به گونه‌ای تخمین زد تا میانگین خطای بین خروجی‌های مدل و خروجی‌های مشاهده شده سیستم کمینه شود. به دلیل وجود نویز در اطلاعات دریافتی از سیستم، پارامترهای تخمین مدل، متغیرهایی تصادفی بوده و دارای خواص آماری هستند. تخمین‌گرهای حداقل مربعات، براساس ایده ساده برازش^(۱) خروجی مدل به خروجی مشاهده شده شکل گرفته‌اند و ثابت می‌شود، این تخمین‌گرها دارای خواص آماری لب‌توجهی تحت فرضیات خاصی هستند، مثلاً از نظر کمینه‌شدن کوواریانس خطا در میان تخمین‌گرهای خطی و بدون بایاس بهینه هستند [2,3,4].

۲- مدل پیش‌بینی قیمت سهام براساس معادلات دیفرانسیل اتفاقی^(۲)

وجود ماهیت اتفاقی در معادلات دیفرانسیل به دو نوع طبقه از معادلات منجر می‌گردد، گروهی از این معادلات دارای حل مشتق‌پذیر و گروهی دیگر مشتق‌ناپذیرند. هر یک از این دو گروه راه‌حلهایی را ارائه می‌دهند که با یکدیگر به طور اساسی متفاوت هستند.

گروه اول، راه‌حلهای ساده‌تری داشته و شامل معادلات دیفرانسیل معمولی بوده با ضرایب تصادفی، یک مقدار اولیه تصادفی و یا با ورودی‌ای به عنوان یک فرآیند تصادفی با خواص منظم و معین و یا ترکیبی از حالات مزبور. به عنوان مثال معادله دیفرانسیل خطی زیر:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = a(\omega)x + b(t, \omega) \quad (1)$$

که ورودی تصادفی b بازای هر ω نسبت به زمان پیوسته است، این معادله به ازای مقدار اولیه $x_0(\omega)$ در $t = 0$ دارای حلی به شکل زیر است:

$$x(t, \omega) = e^{a(\omega)t} (x_0(\omega) + \int_0^t e^{-a(\omega)s} b(s, \omega) ds) \quad (2)$$

همانطور که مشاهده می‌شود مسیرهای به دست آمده از حل این معادله تابعی مشتق‌پذیر نسبت به زمان t هستند. دومین طبقه یا گروه، معادلاتی هستند که ورودی فرآیند مربوطه به آنها، فرآیندی تصادفی نامنظم مانند نویز سفیدگوسی است. این معادلات نمادین به عنوان معادلات دیفرانسیل تصادفی محسوب می‌شوند و به صورت معادلات با انتگرالهای تصادفی ایتو^(۳) یا استرانوویچ^(۴) بیان می‌شوند. اینگونه معادلات دارای حلی غیرقابل مشتق‌پذیر هستند - به دلیل وجود جملاتی بر حسب فرآیندهای وینر در انتگرال تصادفی مربوطه - فرآیند ایتو نمونه‌ای از این گروه است. [12-13]

مدلهای تصادفی دارای دو قسمت هستند. یک قسمت نشان‌دهنده متوسط تغییرات^(۵) در هر لحظه است و قسمت

1- Fit

2- Stochastic Differential Equations

3- Ito Integral

4- Stranorich Integral

5- Drift Term

دیگر نوسانهای لحظه‌ای را به صورت یک فرآیند پخش مدل می‌کند:

$$dx_t = \mu(x_t, t)dt + \sigma(x_t, t) dz(t) \quad (3)$$

در بیشتر مدلها مؤلفه دریافت با استفاده از روشهای عددی برای تطابق با نقطه اولیه به دست می‌آید ضمن اینکه برای تعداد کمی از مدلها یک رابطه تحلیلی وجود دارد.

۲-۱ فرآیند ایتو

در مدلسازی به روش معادلات دیفرانسیل اتفاقی، رفتار فرآیند مورد مطالعه یک فرآیند ایتو در نظر گرفته می‌شود. در اینجا قیمت سهام بعنوان یک فرآیند ایتو در نظر گرفته می‌شود. یک فرآیند Ito $x = \{x_t; t \geq 0\}$ به شکل عمومی زیر است:

$$x_t = x_0 + \int_0^t a(x_s) ds + \int_0^t b(x_s) d\omega_s; \quad t \geq 0 \quad (4)$$

این رابطه شامل مقدار اولیه $x(t_0) = x_0$ ممکن است تصادفی بوده، یک مؤلفه متغیر با زمان با تغییرات آهسته به نام دریافت و یک مؤلفه تصادفی پیوسته با تغییرات سریع با زمان بنام پخش است. انتگرال دوم در معادله فوق یک انتگرال تصادفی ایتو نسبت به فرآیند وینر $\omega = \{\omega_t; t \geq 0\}$ نامیده می‌شود. معادله انتگرال فوق، اغلب به شکل دیفرانسیل زیر نوشته می‌شود:

$$dx_t = a(x_t)dt + b(x_t)d\omega_t \quad (5)$$

به معادله فوق، اغلب معادله دیفرانسیل اتفاقی گفته می‌شود، حل معادله دیفرانسیل اتفاقی عموماً پیچیده بوده و حالات خاصی که راه‌حلهای آنها شناخته شده باشد در کاربردهای عملی کمتر اتفاق می‌افتد. با وجود راه‌حلهای عمودی ارائه شده توسط محققین، فاصله بین پیشرفتهای نظریه معادلات دیفرانسیل اتفاقی با کاربرد عملی آن بسیار زیاد است.

۲-۲ فرآیند وینر

فرآیند وینر انتگرال نویز سفید است، فرآیند وینر (w_t) در هیچ نقطه مشتق‌پذیر نیست. و بنابراین جمله دوم در معادله انتگرالی (۱) یک انتگرال لبگ^(۱) یا انتگرال ریمان^(۲) معمولی نیست. و روابط معادلات مربوط به انتگرال‌گیری آن با انتگرالهای ذکر شده متفاوت است به طوری که:

$$\int_0^t W_s(\omega) dW_s(\omega) = \frac{1}{2} W_t^2(\omega) - \frac{1}{2} t \quad (6)$$

در حالیکه در انتگرال لبگ داریم:

1- Lebesgue Integral

2- Rimman Integral

$$\int_0^t W_s dW(s) = \int_0^{w(t)} d\left(\frac{1}{2} w^2\right) = \frac{1}{2} w^2(t) \quad (7)$$

خاصیت بسیار مهمی که فرآیند وینر (براونی) دارد به صورت $E[(dw_t)^2] = dt$ است، با وجود این خاصیت برای هر $t \geq t_0$ می توان فرآیند تصادفی Y_t را به شکل زیر تعریف کرد و از آن دیفرانسیل گیری نمود:

$$Y_t(\omega) = U(t, x_t(\omega))$$

$U(t, x)$ تابعی پیوسته دارای مشتق جزئی مرتبه دوم و x_t نیز انتگرال ایتو

$$(x_t(\omega) = \int_0^t f(s, \omega) dW_s(\omega)) \quad (8)$$

است یا به صورت معادله دیفرانسیلی: $dx_t = f dw_t$ با استفاده از قاعده زنجیری در دیفرانسیل گیری Y_t می توان نوشت:

$$\begin{aligned} dY_t &= \frac{\partial u}{\partial t}(t, x_t)dt + \frac{\partial u}{\partial x}(t, x_t) dx_t \\ \Delta Y_t &= u(t + \Delta t, X_t + \Delta x_t) - u(t, x_t) = \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x_t \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} (\Delta t)^2 + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \Delta t \Delta x_t + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (\Delta x_t)^2 \right\} + \dots \\ \Rightarrow dY_t &= \frac{\partial u}{\partial t}(t, x_t)dt + \frac{\partial u}{\partial x} dx_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx_t^2 ; \quad dx_t = f dw_t \Rightarrow dx_t^2 = f^2 dt \\ \Rightarrow dY_t &= \left\{ \frac{\partial u}{\partial t}(t, x_t) + \frac{1}{2} f^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x_t) \right\} dt + \frac{\partial u}{\partial x}(t, x_t) dx_t \end{aligned} \quad (9)$$

این رابطه قاعده زنجیری معادلات تصادفی است و به نام فرمول ایتو نامیده می شود. با توجه به معادله دیفرانسیل فوق دیده می شود که جمله ای اضافی که در قاعده زنجیری معمول وجود ندارد در رابطه فوق دیده می شود.

۳-۲ دینامیک قیمت سهام

با در نظر گرفتن نوسانهای اتفاقی در قیمت سهام در بورس اوراق بهادار، برای مدل کردن دینامیک قیمت استفاده از معادلات دیفرانسیل اتفاقی طبیعی به نظر می رسد. مرتن^(۱) یکی از اولین کسانی بود که از این نظریه استفاده کرد و مدل پیشنهادی او شامل ایده های اساسی بود که در حال حاضر نیز مورد استفاده قرار می گیرد. مرتن شخص سرمایه گذاری را در نظر گرفت که بایست دو نوع مختلف استراتژی سرمایه گذاری را انتخاب می نمود یکی سرمایه گذاری با ریسک و دیگری بدون ریسک. شخص سرمایه گذار باید انتخاب خود را به گونه ای انجام دهد که تابع هزینه ای را کمینه نماید یا اینکه تابع درآمدی را بیشینه نماید. مرتن ارزش سرمایه گذاری بدن ریسک (P_s) را به طور

1- Merton

نمایی افزایش با زمان فرض نمود که با معادله دیفرانسیل معمولی زیر بیان می‌شود:

$$\dot{P}_s = rP_s \quad ; \quad r > 0 \quad (10)$$

علاوه بر این ارزش سرمایه‌گذاری با وجود ریسک در مدل پیشنهادی مرتن، در معادله‌ای مشابه با معادله فوق صدق می‌کند با این تفاوت که این معادله شامل نوسانهای نویزی شکل متناسب با شدت نوسانهای قیمت در نظر گرفته می‌شود. یعنی:

$$\dot{P}_r = \alpha P_r + \sigma P_r \xi_t \quad (11)$$

که ξ_t یک فرآیند نویز سفیدگوسی بوده و به صورت یک معادله دیفرانسیل تصادفی ایتو به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$dP_t^r = \alpha P_t^r dt + \sigma P_t^r dW_t \quad (12)$$

که $\{W_t ; t \geq 0\}$ فرآیند وینر استاندارد است. α و σ ثوابت مثبتی است و به دلیل اینکه سرمایه‌گذاری با وجود ریسک حداقل در صورت احتمال موفقیت پرمفعت‌تر از سرمایه‌گذاری بدون ریسک است. $r < \alpha$ در این معادله α بازده مورد انتظار لحظه‌ای سهام، σ واریانس لحظه‌ای نرخ بازده و dW_t یک فرآیند وینر - گوس استاندارد است. α می‌تواند متغیری تصادفی باشد که به قیمت سهام یا بازده سرمایه‌های دیگر بستگی داشته باشد. σ متغیری غیر تصادفی فرض می‌شود. σ می‌تواند مقدار ثابتی نباشد ولی حداکثر می‌تواند تابعی شناخته شده از زمان باشد.

۲-۴ روش حل معادلات دیفرانسیل اتفاقی

برای حل معادله دیفرانسیل تصادفی فوق ابتدا تغییر متغیر:

$$Y_t = U(P_t) = \text{Log}(P_t)$$

با استفاده از قانون دیفرانسیل‌گیری معادلات دیفرانسیل تصادفی و به کارگیری فرمول ایتو داریم:

$$dY_t = \frac{\partial u}{\partial t}(t, P_t)dt + \frac{\partial u}{\partial P_t}(t, P_t)dP_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial P_t^2}(t, P_t)dP_t^2$$

$$dP_t^2 = (\alpha P_t^r dt + \sigma P_t^r dW_t)^2 = \alpha^2 P_t^{r^2} dt^2 + 2\alpha P_t^r \sigma P_t^r dt dW_t + \sigma^2 P_t^{r^2} dW_t^2$$

$$\langle dt, dt \rangle = \langle dW_t, dt \rangle = 0, \quad dW_t^2 = dt$$

$$dP_t^{r^2} = \sigma^2 P_t^{r^2} dt$$

بنابراین:

$$dY_t = d(\log P_t^r) = 0 + \frac{dP_t^r}{P_t^r} - \frac{1}{2} \frac{1}{(P_t^r)^2} \times \sigma^2 P_t^{r^2} dt \quad \text{و:}$$

$$d(\log P_t^r) = \frac{dP_t^r}{P_t^r} - \frac{1}{2} \sigma^2 P_t^r$$

$$\frac{dP_t}{P_t} = \alpha dt + \sigma dW_t$$

$$d(\log P_t) = \alpha dt + \sigma dW_t - \frac{1}{2} \sigma^2 dt = (\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2)dt + \sigma dW_t$$

$$= (\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2)(t - t_0) + \sigma(W_t - W_{t_0}) \quad (13)$$

برای $t_0 = 0$ و $P(t_0) = P_0$ داریم:

$$\begin{aligned} P_t &= P_0 \exp[(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2)t + \sigma(W_t)] \\ &= P_0 \exp[(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2)(t-1) + \sigma(W_{t-1})] \end{aligned} \quad (14)$$

از تقسیم دو رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{P_t}{P_{t-1}} &= \exp [\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2 + \sigma(W_t - W_{t-1})] \\ \Rightarrow P_t &= P_{t-1} \exp [(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2) + \sigma(W_t - W_{t-1})] \end{aligned} \quad (15)$$

۳- نتایج شبیه سازی مدل پیش بینی قیمت: بررسی موردی سهام شهد ایران

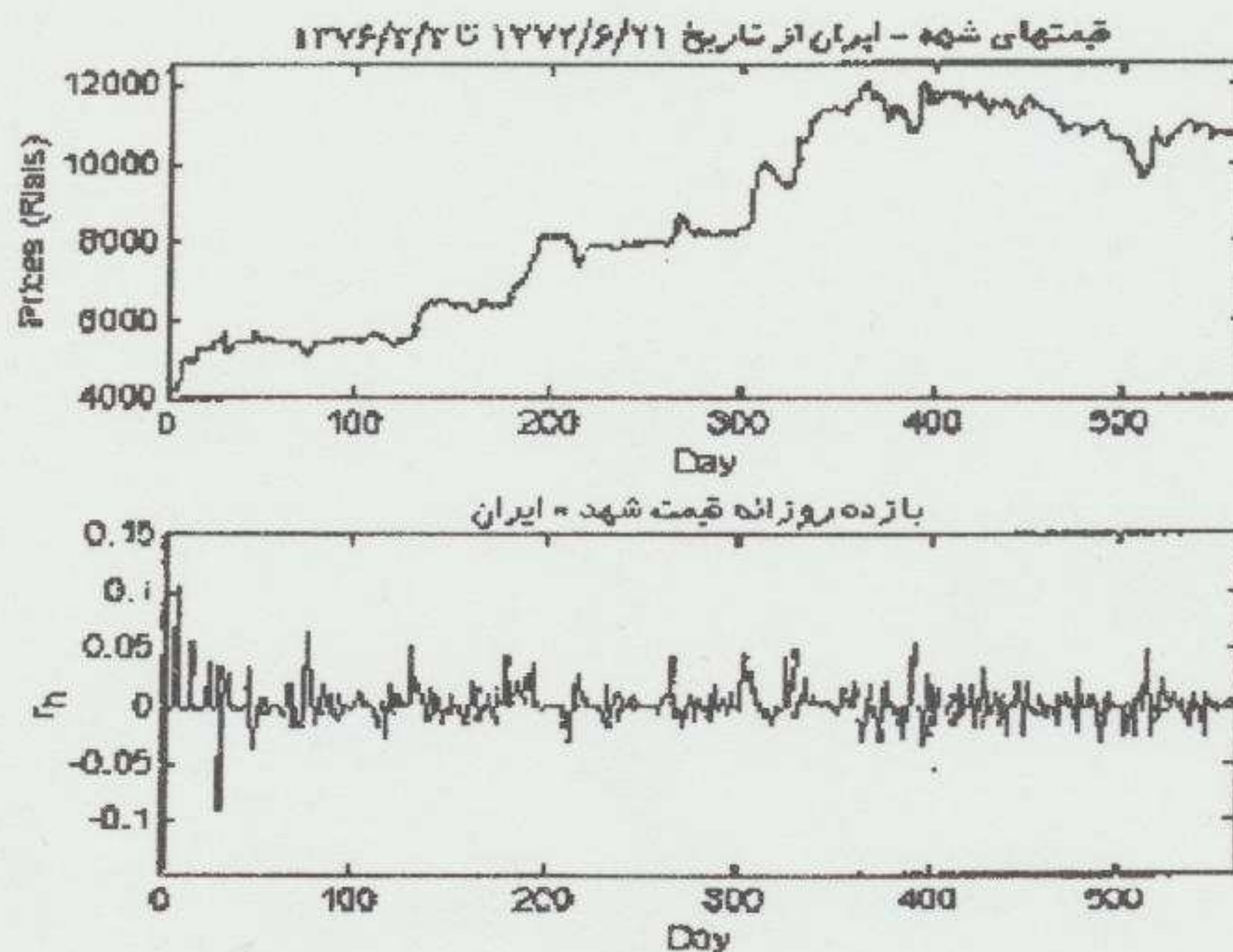
هدف این بخش پیش بینی قیمت سهام با استفاده از مدل های دیفرانسیل تصادفی است. ابتدا پیش بینی قیمت روز بعد شبیه سازی می شود و سپس افق پیش بینی را به اندازه ۱۵ و ۲۵ افزایش می دهیم، در هر مورد عملکرد مدل با مقادیر واقعی مقایسه شده اند.

نرخ بازدهی روزانه سهام شرکت شهد ایران (r_n) به صورت زیر تعریف می شود:

$$r_n = \frac{P_n - P_{n-1} + d_n}{P_{n-1}} \quad (16)$$

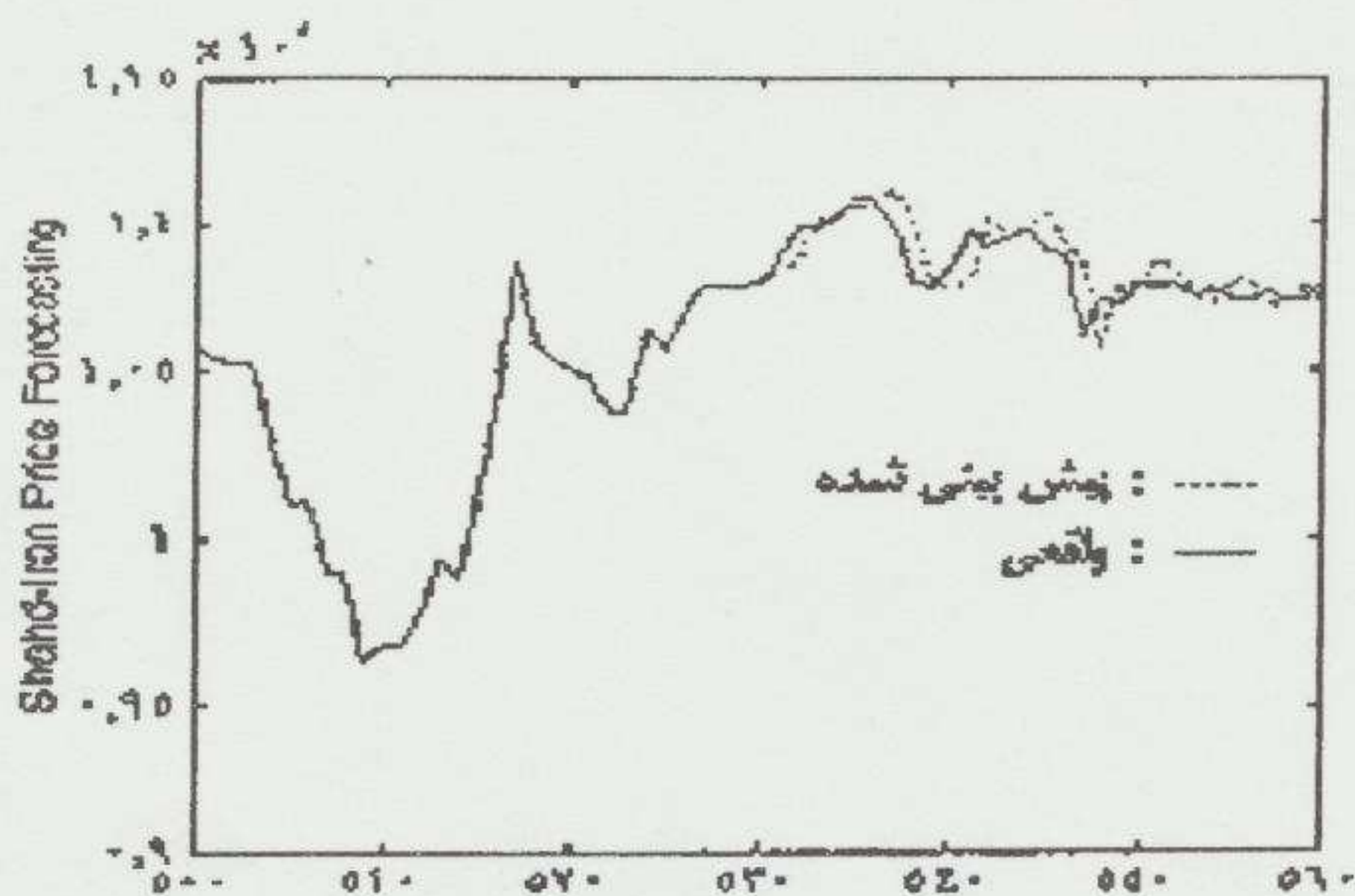
که در این رابطه P_n قیمت در روز $t=n$ و d_n سود تقسیم شده در این روز است، سود مزبور ممکن است به صورت پرداخت نقدی، سهام جایزه یا افزایش سرمایه در نظر گرفته شود.

نمودارهای ۱-الف و ۱-ب به ترتیب قیمت سهام شهد ایران و نرخ بازدهی روزانه این سهم را نشان می دهد.

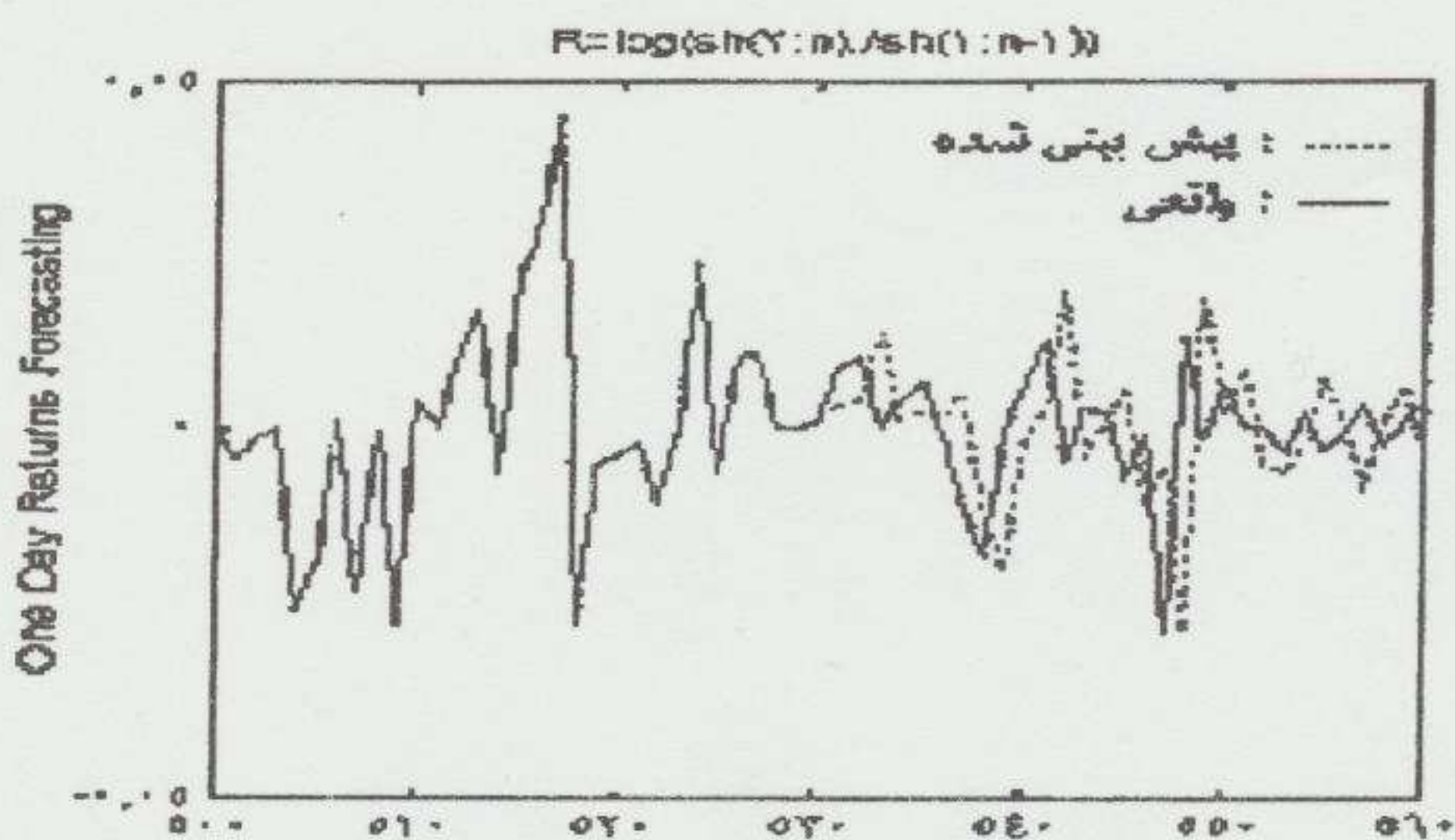


نمودارهای ۱-الف و ۱-ب: نمودار قیمت سهام شهد ایران و نرخ بازدهی روزانه (r_n)

با استفاده از سری زمانی مربوط به بازده روزانه سهام، را برابر σ را برابر با انحراف معیار سری زمانی و مربوطه و α را نیز برابر با میانگین سری زمانی بازده روزانه در نظر گرفته و شبیه‌سازیهای مربوط انجام می‌گیرد. نمودارهای ۲ و ۳ به ترتیب نشان دهنده پیش‌بینی قیمت روز بعد سهام شهد ایران و پیش‌بینی نرخ بازدهی روزانه (r_n) بوده که از حل معادله دیفرانسیل اتفاقی بالا با افق پیش‌بینی یک روز حاصل شده است. برای مقایسه بهتر در هر مورد مقدار واقعی متناظر نیز رسم شده است.

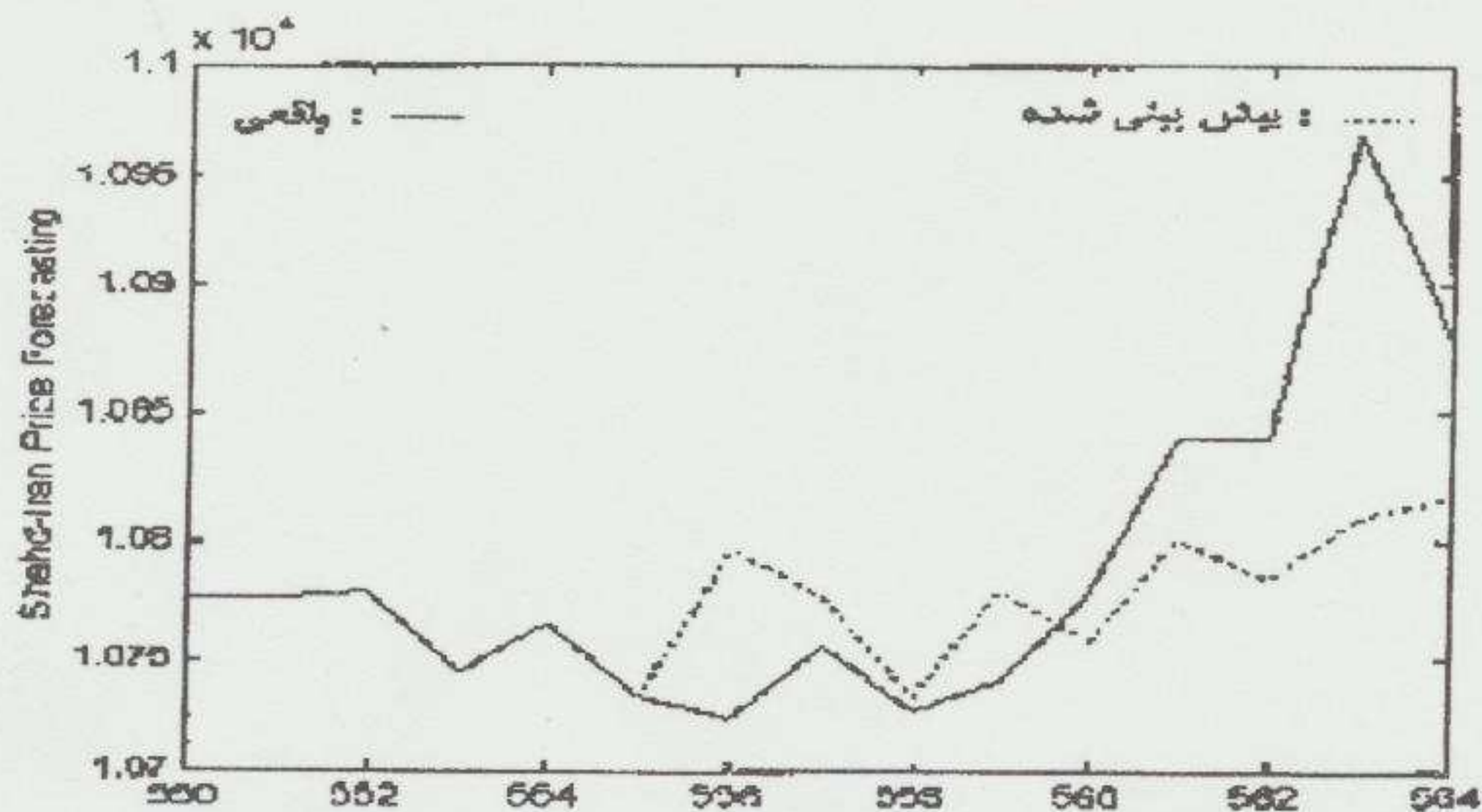


نمودار ۲: پیش‌بینی قیمت روز بعد سهام شهد ایران

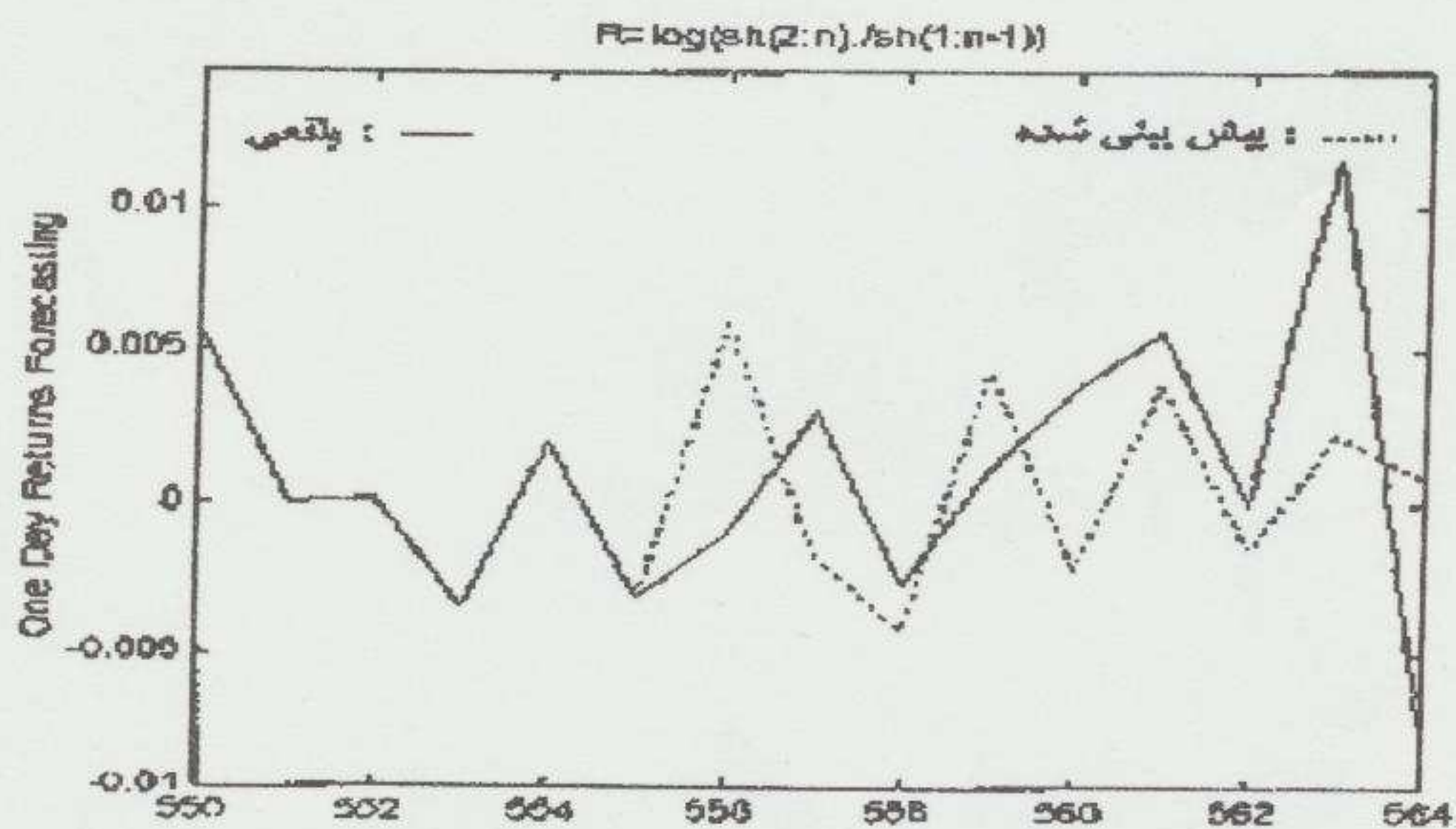


نمودار ۳: پیش‌بینی بازدهی روزانه (r_n) سهام شهد ایران

نمودارهای ۴ و ۵ به ترتیب نشان دهنده پیش بینی قیمت سهام شهد ایران و پیش بینی بازده روزانه (r_n) است که از حل معادله دیفرانسیل اتفاقی بالا با افق پیش بینی ۱۵ روز حاصل شده است. برای مقایسه در هر مورد مقدار واقعی متناظر نیز رسم شده است.

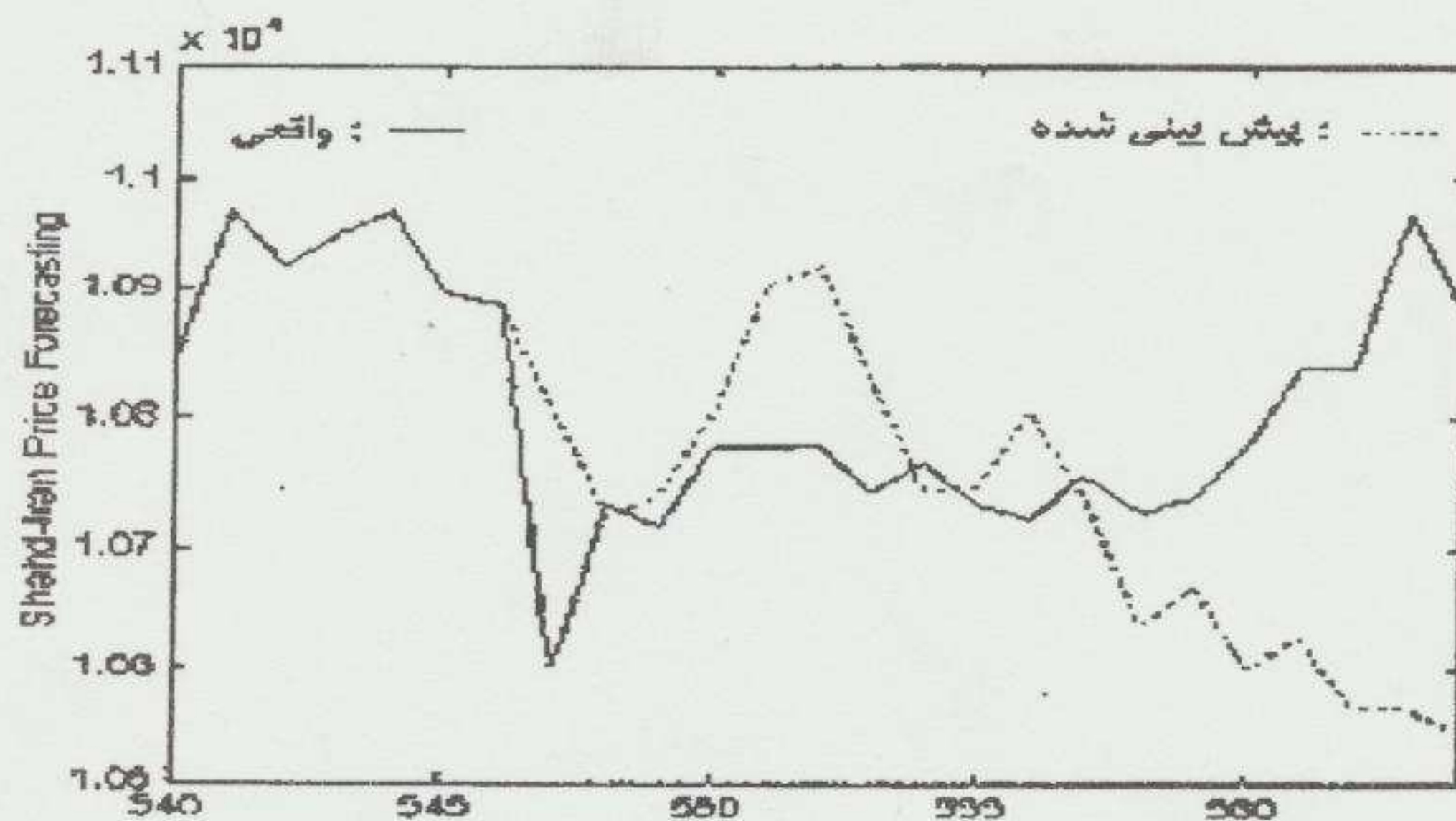


نمودار ۴: پیش بینی قیمت سهام شهد ایران با افق پیش بینی ۱۵ روز

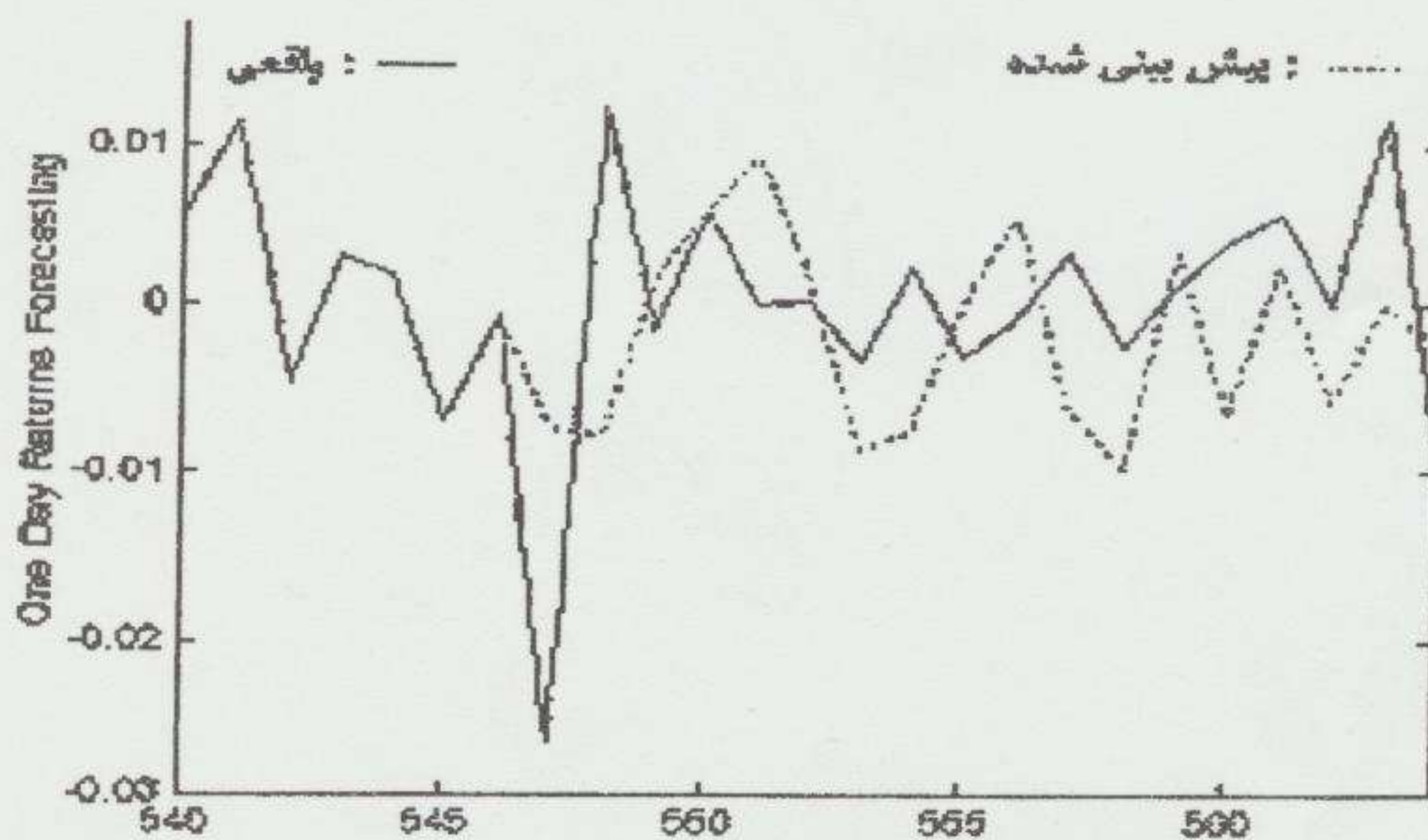


نمودار ۵: پیش بینی نرخ بازدهی روزانه (r_n) سهام شهد ایران با افق پیش بینی ۱۵ روز

نمودارهای ۶ و ۷ به ترتیب نشان دهنده پیش بینی قیمت سهام شهد ایران و پیش بینی نرخ بازدهی روزانه (r_n) است که از حل معادله دیفرانسیل اتفاقی بالا با افق پیش بینی ۲۵ روز حاصل شده است. برای مقایسه در هر مورد مقدار واقعی متناظر نیز رسم شده است.



نمودار ۶: پیش بینی قیمت سهام شهد ایران با افق پیش بینی ۲۵ روز



نمودار ۷: پیش بینی نرخ بازدهی روزانه (r_n) سهام شهد ایران با افق پیش بینی ۲۵ روز

- [1] Montgomery, D.C., Johnson, L.A., Gardiner, J.S., *"Forecasting and Time Series Analysis,"* McGraw - Hill, Inc., 2nd. ed., 1990.
- [2] Soderstrom, T., Stoica, P., *"System Identification,"* Prentice Hall.
- [3] Norton, J.P., *"An Introduction to Identification,"* Academic Press, New York, 1986.
- [4] Ljung, L., *"System Identification,"* Prentice Hall, 1987.
- [5] French, K.R., Schwert, W.G., Stambaugh, R.F., *"Expected Stock Returns and Volatility,"* Journal of Financial Economics, 19, 3-29, 1987.
- [6] Hull, J., White, A., *"The Pricing of Options on Assets With Stochastic Volatility,"* Journal of Finance, 42, 281-300, 1987.
- [7] Scott, L.O., *"Option Pricing When the Variance Changes Randomly: Theory, Estimation and an Application,"* Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22, 419-38, 1987.
- [8] Wiggins, J.B., *"Option Values Under Stochastic Volatility: Theory Empirical Estimates,"* Journal of Financial Economics, 19, 351-72, 1987.
- [9] Black, F. and Scholes, M., *"The Pricing of Options and Corporate Liabilities,"* Journal of Political Economy, 81, 637-59, 1973.
- [10] Merton, R., *"Theory of Rational Option Pricing,"* Bell Journal of Economics and Management Sciences, 4, 141-83, 1973.
- [11] Johnson, H., Shanno, D., *"Option Pricing When the Variance is Changing,"* Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22, 143-51, 1987.
- [12] Kloeden, P.E., Platen, E., *"Numerical Solution of Stochastic Differential Equations,"* Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [13] Oksendal, B., *"Stochastic Differential Equations,"* Springer-Verlag, 1985.