

به نام خدا



سازمان بورس و اوراق بهادار
SECURITIES & EXCHANGE ORGANIZATION

مدیریت پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی

بررسی ماییت فرآیند مولد قیمت و روند نوسانهای قیمت سهام در بورس
اوراق بهادار تهران: بررسی موردی روش تحلیل نمایی لیاپونف

تهیه کنندگان: مدیریت پژوهش، توسعه و مطالعات اسلامی

نظریه آشوب روش قوی و مهمی برای شناسایی ماهیت فرآیندهای اقتصادی و مالی است. به کمک این نظریه ماهیت داده‌های مربوط به یک فرآیند مولد سربهای زمانی را می‌توان به دست آورد. این نظریه قادر به تمایز یک پدیده اتفاقی و تصادفی از یک فرآیند خطی یا غیرخطی است. تحلیل نمای لیاپونف (طیف لیاپونف) امروزه بعنوان یکی از مفیدترین ابزارهای تشخیص فرآیندهای دینامیک آشوبگونه شناخته شده است. روش تحلیل نمای لیاپونف نشان‌دهنده نقاط واگرا در فضای فاز، یا معرف میزان حساسیت فرآیند به شرایط هر نقطه در فضای مزبور است. برای یک جذب‌کننده غیرخطی آشوبگونه مقدار L مثبت است.

در گزارش پیش‌رو، روش تحلیل نمای لیاپونف برای اطلاعات مربوط به سهام شرکت شهید ایران اعمال شده است، مقدار مثبت به دست آمده برای L نمایانگر نبود همبستگی بین حالت‌های نزدیک در جاذب غیرخطی متناظر با فرآیند قیمت سهام است. این مقدار مثبت همچنین رفتاری آشوبگونه را نشان می‌دهد که پیش‌بینی درازمدت حالت اولیه را ناممکن می‌سازد.

بررسی موردی انجام شده درباره سهام شهید ایران آشکار می‌سازد که ماهیت فرآیند مولد قیمت و بازده این سهم آشوبگونه ضعیف^(۱) بوده است. عکس اندازه نمای مربوط متناسب با زمانی است که بعد از آن زمان، فرآیند دینامیک غیرقابل پیش‌بینی می‌شود.

1- Weakly Chaotic

بررسی ماهیت فرآیند مولد قیمت و روند نوسانهای قیمت سهام

در بورس اوراق بهادار تهران

بررسی موردی روش تحلیل نمای لیاپونف

فهرست مطالب

- ۱- مقدمه ۱
- ۲- فرآیندهای آشوب..... ۱
- ۳- محاسبه بزرگترین نمای لیاپونف..... ۳
- ۴- محاسبه نمای لیاپونف متناظر با سری زمانی شهد ایران..... ۵
- ۵- سخن آخر..... ۷
- ۶- فهرست منابع ۸

۱- مقدمه

ناشناخته بودن عوامل تأثیرگذار بر تغییرات قیمت سهام همواره دلیلی برای آوردن به پیش‌بینی تغییرات قیمت سهام شرکت‌هاست، پیش‌بینی قیمت یا بازده سهام به کمک کشت الگوهای رفتاری فرآیند مولد قیمت سهام امکان‌پذیر است، میزان موفقیت در کشف اینگونه الگوهای رفتاری، میزان کارایی پیش‌بینی را مشخص می‌کند. در واقع فرآیند مولد قیمت سهام را می‌توان به عنوان یک الگوی پویا بررسی کرد، فرآیند مزبور ممکن است به صورت مدل‌های خطی، مدل‌های غیرخطی و یا مدل‌های تصادفی به دست آید.

امروزه یکی از مهمترین موضوعات مورد علاقه اقتصاددانان و تحلیل‌گران مالی تبیین چگونگی و روند نوسانهای قیمتهاست که راههای متفاوت و دیدگاههای گوناگونی را در این باره پدید آورده است. در این میان با توجه به در دسترس نبودن اطلاعات دقیق درباره عوامل مؤثر بر نوسانهای بازار سهام، پیش‌بینی این تغییرات به سادگی میسر نیست و بر این اساس فرضیه بازار کارآمد^(۱) مطرح می‌گردد، بدین معنا که نوسانهای قیمت سهام با استفاده از اطلاعات در دسترس عمومی غیرقابل پیش‌بینی است، در واقع این فرضیه مبتنی بر نظریه گامهای تصادفی^(۲) است، بیان مخالف فرضیه فوق به معنای پیش‌بینی‌پذیری^(۳) قیمتهاست [۱]. از اواسط دهه ۷۰ و نیز از سال ۱۹۸۰ کوششهای جدید و گسترده‌ای در زمینه پیش‌بینی‌پذیری قیمتهای سهام با استفاده از روشهای ریاضی جدید، سربهای زمانی طولانی و ابزارهای پیشرفته‌تر آغاز گردید. آزمونهای زیادی بر روی اطلاعات قیمت و شاخص سهام در کشورهایی مانند انگلستان، آمریکا، کانادا، آلمان و ژاپن صورت گرفت تا وجود ساختاری معین در اطلاعات قیمت سهام نشان داده شود. و از این راه فرضیه گامهای تصادفی را نقض کنند [۲-۳].

۲- فرآیندهای آشوب

از دیرباز در فرهنگ اقتصاد، گرایش عملی برای پیش‌بینی کوتاه‌مدت استفاده از مدل‌های خطی سری زمانی ARIMA بوده است. در سالهای اخیر با توجه به پیشرفت و رشد تکنیکی بالا طبقه‌ای از فرآیندها به نام فرآیندهای

1- Efficient Market Hypothesis

2- Random Walks

3- Predictability

آشوب شناسایی و کشف شده است.

پیشرفتهای اخیر در مورد سریهای زمانی آشوبگونه، نشان داده است که روشهای خطی کلاسیک مانند ARIMA کفایت لازم را برای دریافت و استخراج الگوهای غیرخطی در سریهای زمانی قیمت و یا بازده سهام را ندارند [۴-۵]. به عنوان مثال متغیر شبه تصادفی قیمت ممکن است واقعاً تصادفی نباشد ولی اگر با روشهای آزمون خطی مورد تحلیل و بررسی قرار گیرد تصادفی بودن آن نتیجه گردد. در این حالت متغیر غیرتصادفی ممکن است متغیری غیرخطی و آشوبگونه باشد و دارای اطلاعات و الگوهایی با ارزش برای پیشبینی باشد به طوری که مدل‌های خطی قادر به استخراج آن نباشند. در صورتی که دینامیک غیرخطی در سری زمانی متغیر مربوطه مشاهده گردید، استفاده از مدل‌های خطی منتفی گشته و در این حالت استفاده از ساختارهای غیرخطی که دارای قابلیت کسب و استخراج الگوهای رفتاری غیرخطی هستند مانند مدل‌های شبکه عصبی برتری و مزیت خواهند داشت [۶].

در اغلب اوقات، طیف^(۱) و تابع اتوکوریانس سریهای آشوبگونه مانند نویز سفید است. در واقع اغلب فرآیندهای آشوبگونه دارای خواص گشتاور اول و دومی مشابه با نویز سفید هستند [۷].

از خواص دیگر فرآیندهای آشوبگونه آن است که هنگام مدل‌سازی خطی اینگونه فرآیندها، برآزش اطلاعات گذشته فرآیند با مدل (مرحله آموزش) بسیار خوب اما عملکرد مدل در مرحله آزمایش بسیار بد است. اگر سری زمانی تحت مطالعه بعنوان یک جاذب غیرخطی^(۲) در نظر گرفته شود، باید بررسی کرد که آیا این جاذب غیرخطی خوش‌رفتار است یا رفتار آشوبگونه دارد. در یک جاذب غیرخطی خوش‌رفتار تفاوت کوچکی در شرایط اولیه، مسیرهای حالت تقریباً یکسانی را به وجود می‌آورد. در حالی که یک جاذب غیرخطی عجیب^(۳) به شرایط اولیه حساسیت زیادی دارد و انحرافات کوچک با گذشت زمان بزرگ می‌شود. در این نوع جاذب غیرخطی مسیرهای حالت در فضای فاز با شرایط اولیه متفاوت ولی نزدیک به هم به مرور زمان از یکدیگر منفک می‌شوند. به عبارت دیگر مقدار کمی خطا در تخمین پارامترهای مدل، پیش‌بینی نادرستی را به دنبال خواهد داشت و پیش‌بینی با افق بلندتر، ناممکن خواهد بود [۸-۹].

نظریه آشوب روش قوی و مهمی برای فهم ماهیت فرآیندهای اقتصادی و مالی است، به کمک این نظریه می‌توان نشان داد که داده‌های مربوط به یک فرآیند مولد سریهای زمانی چه نوع ماهیتی دارند. این نظریه قادر به تمایز یک پدیده اتفاقی و تصادفی از یک فرآیند خطی و غیرخطی است [۱۰-۱۱-۱۲-۱۳].

آشوب به عنوان فرآیندی معین و غیرخطی تعریف می‌شود که رفتاری مانند فرآیندهای تصادفی دارد ولی غیرتصادفی است [۸]، سریهای آشوبگونه زیرمجموعه‌ای از فرآیندهای غیرخطی هستند که دارای پیچیدگی زیاد و رفتاری نامنظم می‌باشند [۱۴].

گر چه سریهای زمانی آشوبگونه مانند سریهای تصادفی به نظر می‌رسند، خواص ویژه‌ای دارند که آنها را از

1- Spectrum

2- Attractor

3- Strange Attractor

سریهای تصادفی متمایز می‌کند. اولین خاصیت آن است که افزایش بُعد محاط^(۱) یک سری زمانی آشوبگونه بعد جاذب غیرخطی نظیر را تغییر نمی‌دهد [۱۵]. خاصیت مهم دیگری که یک فرآیند آشوبگونه داشته و بدین وسیله از یک فرآیند تصادفی متمایز می‌شود، حساسیت آن به حالت اولیه است. بدین ترتیب که خطای کوچکی در اندازه‌گیری حالت اولیه موجب افزایش نمایی خطا (نمای لیاپونوف) در مقادیر آینده این سری زمانی می‌گردد.

خاصیت سوم مشابه با خاصیت دوم است بدین معنی که تغییرات کوچک در پارامترهای توصیف‌کننده دینامیک فرآیند موجب تغییرات بسیار زیادی در رفتار فرآیند می‌شود.

یکی از کاربردهای فرضیه آشوب آزمایش وجود الگوهای غیرخطی مخفی در جملات خطا هنگام استفاده از مدل‌های خطی است. در صورت مثبت‌بودن این آزمون پیش‌بینی کوتاه‌مدت فرآیند مربوطه با استفاده از مدل‌های غیرخطی ممکن خواهد بود.

۳- محاسبه بزرگترین نمای لیاپونوف

نمای لیاپونوف (طیف لیاپونوف)، امروزه به عنوان یکی از مفیدترین ابزارهای تشخیص فرآیندهای دینامیک آشوبگونه شناخته شده است [۱۶-۱۷-۱۸-۱۹]. نمای لیاپونوف متوسط نمای یک فرآیندهای دینامیک است که نرخ واگرایی یا همگرایی مسیرهای حالت را در فضای فاز نشان می‌دهد. واگرایی مسیر حالت نشان‌دهنده آن است که سیستمی با تفاوت‌های جزئی در شرایط اولیه، با گذشت زمان دارای مسیرهای حالتی بسیار متفاوت با هم است و قابلیت پیش‌بینی در این گونه فرآیندها به سرعت از بین می‌رود. طبق تعریف هر سیستمی با داشتن حداقل یک نمای لیاپونوف مثبت، سیستمی آشوبگونه خوانده می‌شود. عکس اندازه نمای مربوط، متناسب با زمانی است که بعد از آن زمان، فرآیند دینامیک غیرقابل پیش‌بینی خواهد شد [۱۹-۲۰]. برای سیستم‌هایی که معادلات حرکت آنها مشخص و شناخته شده است، روش سرراستی برای محاسبه نماهای لیاپونوف آن وجود دارد [۱۷ و ۱۸]. این روش برای سریهای زمانی قابل استفاده نیست.

نمای لیاپونوف ارتباط نزدیکی با بعد فراکتالی مربوط به جاذب غیرخطی نظیر دارد. کاپلان و یورک [۲۱-۲۲]، رابطه بین بعد اطلاعات d_f و نمای لیاپونوف فرآیند را با رابطه زیر بیان نمودند:

$$d_f = j + \frac{\sum_{i=1}^j \lambda_i}{\|\lambda_{j+1}\|} \quad ; \quad \sum_{i=1}^j \lambda_i > 0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{j+1} \lambda_i < 0 \quad (1)$$

جدول ۱ چند نمونه از فرآیندهای آشوب با نمای لیاپونوف و بعد فراکتالی متناظر را نشان می‌دهد.

جدول ۱- چند نمونه از فرآیندهای آشوبگونه همراه با طیف لیاپونف و بعد فراکتالی مربوط

فرآیند	مقدار پارامترها	طیف لیاپونف (bits / iter)	بعد لیاپونف
Henon: [۲۷] $X_{n+1} = 1 - aX_n^2 + Y_n$ $Y_{n+1} = bX_n$	$a = ۱/۴$ $b = ۰/۳$	$\lambda_1 = ۰/۶۰۳$ $\lambda_2 = -۲/۳۴$ (bits / iter)	۱/۲۶
Rossler - Chaos : [۲۸] $\dot{X} = -(Y + Z)$ $\dot{Y} = X + aY$ $\dot{Z} = b + Z(X - C)$	$a = ۰/۱۵$ $b = ۰/۲۰$ $c = ۱۰/۰$	$\lambda_1 = ۰/۱۳$ $\lambda_2 = ۰/۰۰$ $\lambda_3 = -۱۴/۱$	۲/۰۱
Lorena: [۲۹] $\dot{X} = a(Y - X)$ $\dot{Y} = X(R - Z) - Y$ $\dot{Z} = XY - bZ$	$a = ۱۶/۰$ $R = ۴۵/۹۲$ $b = ۴/۰$	$\lambda_1 = ۲/۱۶$ $\lambda_2 = ۰/۰۰$ $\lambda_3 = -۳۲/۴$	۲/۰۷
Rossler - Hyperchaos: [۳۰] $\dot{X} = -(Y + Z)$ $\dot{Y} = X + aY + W$ $\dot{Z} = b + XZ$ $\dot{W} = cW - dZ$	$a = ۰/۲۵$ $b = ۳/۰$ $c = ۰/۰۵$ $d = ۰/۵$	$\lambda_1 = ۰/۱۶$ $\lambda_2 = ۰/۰۳$ $\lambda_3 = ۰/۰۰$ $\lambda_4 = -۳۹/۰$	۳/۰۰۵
Mackey - Glass: [۳۱] $\dot{X} = \frac{aX(t + s)}{1 + [X(t + S)]^c} - bX(t)$	$a = ۰/۲$ $b = ۰/۱$ $c = ۱۰/۰$ $s = ۳۱/۸$	$\lambda_1 = ۶/۳۰ E-۱$ $\lambda_2 = ۲/۶ E-۳$ $ \lambda_3 < ۸/۰ E-۶$ $\lambda_4 = -۱/۳۹ E-۲$	۳/۶۴

تحلیل نمای لیاپونف معیاری است برای اندازه‌گیری میزان همگرایی یا واگرایی مسیرهای نزدیک به هم در فضای فاز^(۱) ایجاد شده توسط بردارهای M - حافظه. در این روش نیز ابتدا ماتریس مربوط به بردارهای M - حافظه را به منظور تجدید ساختار فرآیند تولید قیمت تشکیل داده [۲۳]، و از میان این ماتریس تمام جفت بردارهایی که در

1- Phase Space

رابطه زیر صدق می‌کنند مشخص می‌شوند:

$$r_o(M ; i,j) = \| X_i^M - X_j^M \| \leq r \quad (2)$$

r یک عدد کوچک مثبت بوده و $\| \cdot \|$ یک متریک است، در اینجا از معیار فاصله اقلیدسی استفاده شده است. در رابطه نقاط نزدیک به هم در فضای M بعدی انتخاب می‌شوند. با شیفت به جلودادن نقاط نزدیک به هم (شناخته‌شده با فرمول زیر) در سری اصلی به اندازه n مرحله، محاسبات زیر انجام می‌شود:

$$r_n(M ; i,j) = \| X_{i+n}^M - X_{j+n}^M \|$$

$$d_n(M ; i,j) = \frac{r_n(M ; i,j)}{r_o(M ; i,j)} = \frac{\| X_{i+n}^M - X_{j+n}^M \|}{\| X_i^M - X_j^M \|} \quad (3)$$

اگر نقاط نزدیک به هم به ازای n بزرگتر از صفر از یکدیگر جدا شوند، $d_n(M ; i,j)$ از یک بزرگتر خواهد شد. در نهایت فاکتور آماری L به شکل زیر محاسبه می‌گردد [۲۴]:

$$L(M,N) = \sum_{i \neq j} \frac{\log d_n(M ; i,j)}{N(N-1)} \quad (4)$$

۴- محاسبه نمای لیاپونف متناظر با سری زمانی شهید ایران

شکلهای مختلفی از $L(M, n)$ در [۲۵]، آورده شده است. مقدار مثبت L بیانگر عدم همبستگی بین حالت‌های نزدیک در جذب‌کننده غیرخطی متناظر با فرآیند قیمت سهام است. مقدار مثبت L نشانگر رفتاری آشوبگونه است و بنابراین ارزیابی بلندمدت حالت اولیه غیرقابل پیش‌بینی است.

روش تحلیل نمای لیاپونف نشان‌دهنده نقاط واگرا در فضای فاز و یا معرف میزان حساسیت فرآیند به شرایط هر نقطه در فضای فاز است. برای یک جذب‌کننده غیرخطی آشوبگونه مقدار L از صفر بزرگتر است.

روش تحلیل نمای لیاپونف به اطلاعات مربوط به سهام شهید ایران اعمال شده و به ازای مقادیر M از ۳ تا ۷ و شیفت زمانی n ، از ۱ تا ۱۰۰، منحنی‌های مربوطه در نمودار ۱ رسم شده‌اند.

نمودار ۱- نمای لیاپونف مربوط به سهام شهد ایران به ازای مقادیر M از ۳ تا ۷ و شیفت زمانی n از ۱ تا ۱۰۰

محاط شدن جذب‌کننده غیرخطی در فضایی با بعد بالاتر (M بزرگتر) مطلوب بوده و موجب کشیدگی این جذب‌کننده و کاهش خطاهای سیستماتیک ناشی از همگرایی غیر یکنواخت در آن می‌شود [۲۶]. همگرایی پایدار مقادیر تخمین زده شده روش تحلیل نمای لیاپونف برای گامهای زمانی n ۱ تا ۵۰ را نیز می‌توان محاسبه کرد. بدین منظور، دوباره از روی سری اصلی، سری جدیدی از در هم ریختن تصادفی سری اصلی ساخته می‌شود و مقادیر تخمین زده شده نمای لیاپونف متناظر محاسبه می‌شود. بزرگتر بودن مقادیر تخمینی نمای لیاپونف در سری جدید ماهیت غیرتصادفی سری اصلی و وجود ساختاری غیرخطی را نشان می‌دهد. جدول ۲ مقادیر تخمینی نمای لیاپونف برای گام زمانی ۵۰ را به ازای بعد محاط M ، ۳ تا ۷ نشان می‌دهد، عکس این مقدار T معرف زمانی است که تأثیر اطلاعات پس از این زمان از بین می‌رود و استفاده از اطلاعات گذشته در فرآیند پیش‌بینی بهبودی حاصل نمی‌شود.

جدول ۲- تخمین L برای ابعاد مختلف محاط در زمان رو به جلو $n=50$

	M=3	M=4	M=5	M=6	M=7
SHAHD[1] :	0.1020	0.0495	0.0249	0.0135	0.0069
T :	9.80	20.20	40.20	74.00	145.00
SHAHD[2] :	0.2145	0.1034	0.0523	0.0288	0.0148
M = بعد محاط					
SHAHD[1] = سری اصلی (بازده لگاریتمی)					
T = زمانی که پس از آن تاثیر اطلاعات گذشته محو می شود					
SHAHD[2] = سری جدید ساخته شده از روی سری اصلی با جایگذاری تصادفی اطلاعات					

۵- سخن آخر

نتایج حاصل از تحلیل روش نمای لیاپونف نمایانگر وجود اثر حافظه بلندمدت در اطلاعات مربوط به قیمت سهام شهد ایران است. در واقع از تحلیل نمای لیاپونف انتظار می رود تأثیر اطلاعات گذشته در عرض ۲۰ روز، برای $M=5$ و ۱۴۵ روز برای $M=7$ در فرآیند پیش بینی محو گردد. مقدار مثبت L بیانگر عدم همبستگی بین حالت های نزدیک در جذب کننده غیرخطی متناظر با فرآیند قیمت سهام است. مقدار مثبت L نشانگر رفتاری آشوب گونه است و بنابراین ارزیابی بلندمدت حالت اولیه غیر قابل پیش بینی است.

- [1] Granger W.j. , *"Forecasting Stock Market Prices: Lessons for Forecasters,"* Int. journal of Forecasting 8, 1992, 3-13.
- [2] Brock W. A, Hsieh D. A, Lebaron B., *"Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability Statistical Theory and Economic,"* MIT Press, Massachusetts, 1992.
- [3] Hinich M.J., Patterson D. M., *"Evidence of Nonlinearity in Daily Stock Returns,"* Journal of Bus. & Econ. Stat., 3, 1, 1985, 69 - 77.
- [4] Lo A., Mackinley A. C., *"Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence From a Simple Specification Test,"* Review of Financial Studies (Forthcoming), 1988.
- [5] Sakai H., Tokumaru H., *"Auto Correlation of a Certain Chaos,"* IEEE Transactions on.
- [6] Brockman, P., Chowdhury, M. *"Deterministic Versus Stochastic Volatility: Implications for Option Pricing Model,"* Applied Financial Economics, 7: 499-505, 1997.
- [7] Hsieh, D. A., *"Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial markets,"* Journal of Finance 46: 1839-77, 1991.
- [8] Frank M. Z., Gencay R., Stengos T., *"International chaos?,"* European Economic Review, 32, 1569-158, 1988.
- [9] Grassberger P., Procaccia I., *"Characterization of Strange Attractors,"* Phys. Review Letters, 50, 3460-3490, 1983.
- [10] Frank M. Z., Stengos T., *"Chaotic Dynamics in Economic Time-series,"* Journal of Economic surveys, 2, 103-133, 1988.
- [11] Larrian, M., *"Testing Chaos and Nonlinearities in T-bill Rates,"* Financial Analysts Journal 47: 51-62, 1991.
- [12] Yang, S.R., Brosrsen, B.W., *"Nonlinear Dynamics of Daily Cash Prices,"* American Journal of Agricultural Economics 74: 706-15, 1992.
- [13] Oseledec V.I., *"A Multiplication Ergodic Theorem. Lyapunov Characteristic Numbers for Dynamical Systems,"* Trans. Moscow Math. Soc. 19, 197, 1968.
- [14] Benettin G., Galgani, L., Giorgilli, A. and Strelcyn, J.M., *"Lyapunov Characteristic Exponents for Smooth Dynamical Systems and for Hamiltonian Systems: A Method for Computing All of Them,"* Meccanica 15, 9, 1980.

- [15] Shimada, I., Nagashima, T., *"A Numerical Approach to Ergodic Problem of Dissipative Dynamical Systems"*, Prog., Theor., Phys. 61, 1605, 1979.
- [16] Shaw, R., *"Strange Attractor, Chaos Behavior and Information Flow"*, Z. Naturforsch, 36A, 80, 1981.
- [17] Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A., *"Determining Lyapunov Exponent from a Time Series"*, Physica D, 16: 285-317, 1985.
- [18] Kaplan, J., York, J., *"Chaotic Behavior of Multidimensional Difference Equations"*, In: Functional Differential Equations and the Approximation of Fixed Points, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 730, H.O. Peitgen and H.O. Walter, eds., Springer, Berlin, P. 228.
- [19] Fredrickson, P., Kaplan, J., York, E., York, J., *"The Lyapunov Dimension of Strange Attractors"*, J. Diff. Eqs., 49, 185, 1983.
- [20] Takens, F., *"Detecting Strange Attractors in Turbulence"*, Springer - Verlag, Berlin, 1980.
- [21] Kurths J., Herzel H., *"An Attractor in a Solar Time Series"*, Physica D 25, 165-172, 1987.
- [22] Brock W., Sayers C., *"Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos?"*, Journal of Monetary Economics 22: 71-90, 1988.
- [23] Isham V., *"Statistical Aspects of Chaos, A Review. in: Networks and Chaos Statistical and Probabilistic Aspects"*, Chamann & Hall, London, 1993.
- [24] Henon, B., *"A Two - Dimensional Mapping With a Strange Attractor"*, Comm. Math. Phys. 50, 69, 1976.
- [25] Rossler, O.E., *"An Equation for Continuous Chaos"*, Phys. Lett, 57A, 397, 1976.
- [26] Lorenz, E.N., *"Deterministic Non-Periodic Flow"*, Journal of the Atmospheric Sciences 20: 130-42, 1963.
- [27] Rossler, O.E., *"An Equation for Hyperchaos"*, Phys. Lett, 71A, 155, 1979.
- [28] Mackey, M., Glass, L., *"Oscillation and Chaos in Physiological Control Systems"*, Science 197, 287, 1977.